

MODALIDADES DIDÁTICAS DE ATIVIDADES HISTÓRICAS PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA

Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do rio Grande do Norte
iamendes1@gmail.com

Resumo:

Os estudos e pesquisas em *História e Educação Matemática* apresentam discussões acerca das potencialidades, possibilidades e limitações dos usos didáticos da história da Matemática nas aulas de Matemática da Educação Básica. Entretanto, poucas são as propostas práticas de uso didático que contribuam para o trabalho do professor visando um ensino que promova uma aprendizagem interativa na sala de aula. Com a finalidade contribuir para o debate sobre o tema, bem como divulgar os resultados das pesquisas realizadas, apresentamos diversas modalidades de uso concreto de uso de informações históricas para a Matemática do ensino Fundamental e Médio. A finalidade principal é mostrar ao professor algumas experiências bem sucedidas quando testadas com professores e estudantes da Educação Básica, a partir das pesquisas realizadas nas universidades e que poderão ser adotadas pelos professores do Ensino Fundamental e Médio.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. História da Matemática. História e Educação Matemática.

1. Introdução

A partir do tema “Propostas práticas de uso didático da História da Matemática na Educação Básica”, nesta Mesa redonda pretendemos apresentar e discutir algumas diretrizes teórico-metodológicas de ações concretas direcionadas ao uso de informações históricas relacionadas ao desenvolvimento conceitual dos conteúdos de matemática abordados na Educação Básica, de maneira que seja possível mostrar ao professor algumas experiências bem sucedidas quando desenvolvidas na em algumas escolas do Brasil, bem como outras propostas que estão sendo elaboradas e testadas nas universidades e que poderão ser adotadas pelos professores do Ensino Fundamental e Médio.

Para que se desenvolva uma ação docente apoiada nas informações históricas nas aulas de Matemática, de modo proveitoso, tanto o professor quanto os estudantes precisam exercitar a pesquisa bibliográfica e documental, bem como a experimentação, a problematização e a argumentação lógico-matemática na sala de aula. Para tanto devem aprender a consultar fontes da Internet, arquivos de museus e bibliotecas bem como fontes

videográficas, pois os mesmos são imprescindíveis na construção conceitual de qualquer tópico matemático a ser aprendido a partir da investigação histórica. Essas fontes, quando bem exploradas, são enriquecedoras do processo de aquisição do conhecimento matemático escolar. A partir dessa prática é possível ao aluno desenvolver uma nova atitude a respeito da construção do seu conhecimento matemático.

Desta maneira, defendemos a possibilidade de uso das informações históricas nas aulas de Matemática, desde que haja uma busca contínua de aspectos que enriqueçam as reformulações do planejamento didático do professor a cada período letivo, levando em consideração que a dinâmica da ação-reflexão deve sempre estar presente nas nossas práticas. É na procura de renovação e reconstrução que podemos promover uma aprendizagem plena da matemática escolar.

Inicialmente esclareceremos que o exercício criativo de uso de atividades históricas nas aulas de Matemática, exige que o professor inicialmente escolha alguns temas matemáticos de interesse para o seu trabalho docente e em seguida faça um levantamento do material bibliográfico a esse respeito. A partir daí deve pesquisar sobre a vida e a obra dos matemáticos envolvidos com o tema, suas filosofias e convicções, prestando atenção particular às descobertas, criações e contribuições matemáticas deles para o desenvolvimento do tema selecionado, valendo-se, para isso, de todos os materiais disponíveis em bibliotecas, na internet, em jornais e revistas, dentre outras fontes.

O professor deve esclarecer que uma atividade histórica pode mostrar as principais contribuições dos matemáticos e sobre as pessoas que se envolveram na construção e evolução da matemática. Além disso, oferece ampla possibilidade de se construir um processo de aprendizagem independente no qual o aluno explora, descobre, investiga e aprende sobre a matemática, a sociedade e a cultura humana. Desse modo, poderá ser possível ao aluno, fazer conexões entre a Matemática e as outras disciplinas.

Há, entretanto, um conjunto amplo de temas que poderão surgir durante o uso de uma atividade histórica em sala de aula. O professor deve ficar atento para perceber algumas possibilidades de exploração da criatividade dos estudantes, mesmo que, em determinadas vezes seja necessário reformular alguns dos temas apresentados por eles. Para que essa prática se torne possível, é preciso utilizar-se das mais diversas modalidades de investigação histórica na sala de aula como, por exemplo:

- Atividades manipulativas extraídas diretamente da história da matemática;
- Atividades manipulativas adaptadas da história da matemática;

- Desenvolvimento de projetos de investigação temática;
- Investigação de problemas históricos;
- Estudos de textos históricos adaptados de fontes primárias;
- Estudos de textos históricos extraídos de fontes primárias;
- Elaboração e utilização de vídeos didáticos baseadas em textos históricos de fontes primárias ou secundárias;
- Filmes disponíveis em sites temáticos bem como outros filmes que circulam no circuito comercial de cinema.

Cada modalidade de atividade histórica abordada proposta para as aulas de Matemática requer do professor um pouco de conhecimento do nível de amadurecimento de seus alunos, do grau de aprofundamento a dar no assunto a ser abordado em sala de aula e do nível de autonomia dos estudantes com a relação a busca da própria aprendizagem. Além disso, é necessário se fazer um levantamento prévio do material a ser utilizado nas atividades, localização das fontes de pesquisa ou, se for o caso, a seleção de atividades a serem aplicadas junto a cada turma, de acordo com o tópico de aprendizagem matemática tomado como referência para desenvolvimento da atividade histórica.

Asseguro, portanto, que essas atividades podem exercer uma função estruturadora na aprendizagem dos estudantes desde que as atividades não sejam transformadas em meros passatempos ilustrativos do assunto a ser abordado, mas que sejam sim vinculadas aos aspectos cotidiano, escolar e científico da Matemática, da sociedade e da cultura. Essa vinculação deverá se consolidar desde as aulas introdutórias até a proposição e resolução de exercícios e problemas de fixação do conteúdo. Isso não significa romper com a proposta da maioria dos livros didáticos, pois esse não é o objetivo aqui proposto. O que proponho é uma reorganização das informações contidas nesses livros, tomando como referência os aspectos históricos implícitos nos exercícios e problemas presentes nos livros didáticos.

2. Um exemplo concreto de material histórico para a sala de aula

A Representação dos números no tabuleiro chinês: operações aritméticas na China antiga¹

Na antiga China, para representar os números no tabuleiro de cálculo, empregavam-se palitos com um comprimento de 10cm e 1cm de largura e espessura aproximadamente.

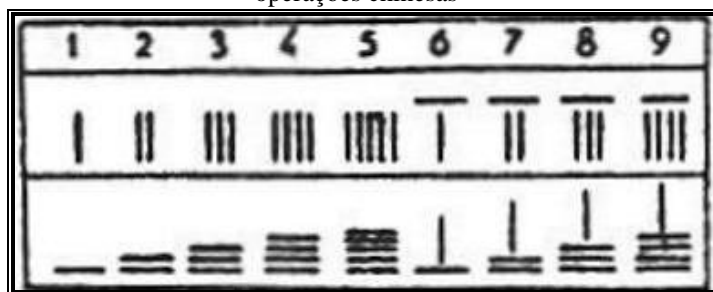
¹ Esta atividade foi adaptada por Iran Abreu Mendes e Lúcia Helena Bezerra a partir do livro *Aritmética Recreativa* de Yakov Perelman (1975) para uso nos anos iniciais do ensino fundamental.

Por volta dos anos 150 de nossa era, foram amplamente conhecidos na China os métodos para efetuar, no tabuleiro de calcular, as quatro operações aritméticas.

Havia duas maneiras de representar as quantidades no tabuleiro chinês de operações aritméticas. Ambas estão reproduzidas na Figura 5 a seguir.

O processo de escrita dos números no tabuleiro obedecia ao seguinte processo: a primeira quantidade (lendo da direita para a esquerda) era representada pelo primeiro método; a seguinte, pelo segundo; a terceira quantidade novamente se representava pelo primeiro método, e a quarta pelo segundo método, e assim sucessivamente.

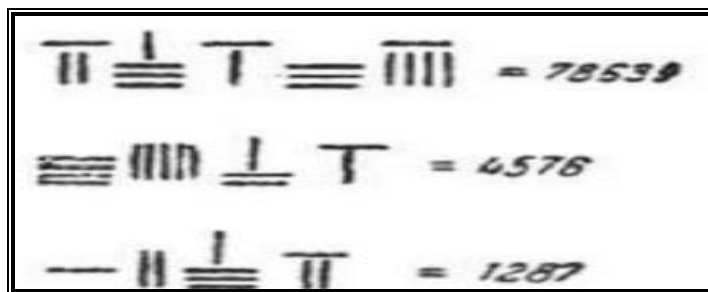
Figura 1 - Dois métodos de formação de quantidades, na tabela de operações chinesas



Fonte: Perelman (1975).

Em outras palavras, todas as quantidades de um número que ocupavam lugares ímpares (lendo da direita para a esquerda) eram representadas pelo primeiro método; e aquelas que se encontravam nos lugares pares eram representadas pelo segundo método. Por exemplo, os números 78639, 4576 e 1287 eram representados no tabuleiro de calcular (Figura 2).

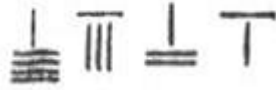

Figura 6 - Exemplo de construção de alguns números na tabela chinesa de operações (ou cálculos)



Fonte: Perelman (1975).

As operações de adição e de multiplicação eram realizadas no tabuleiro de calcular. Na adição, por exemplo, consideremos que queremos calcular a soma dos números $9876 + 5647$. Primeiramente vamos representar as parcelas no tabuleiro de operações.

Figura 3. Representação das parcelas no tabuleiro de operações

	+	
9 8 7 6	+	5 6 4 7

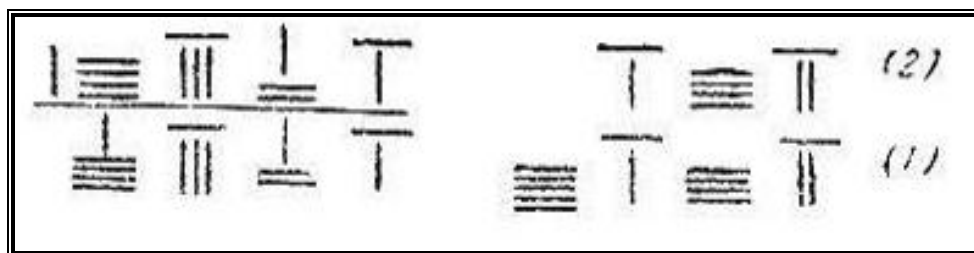
Fonte: Perelman (1975).

Inicialmente a adição se realizava com as ordens superiores, isto é, da esquerda. A seguir, destacamos quatro passos para as representações das parcelas no tabuleiro chinês de operações.

Somemos os milhares $9 + 5 = 14$.

Representamos isto assim:

Figura 4. Representação das parcelas no tabuleiro operações aritméticas



Fonte: Perelman (1975).

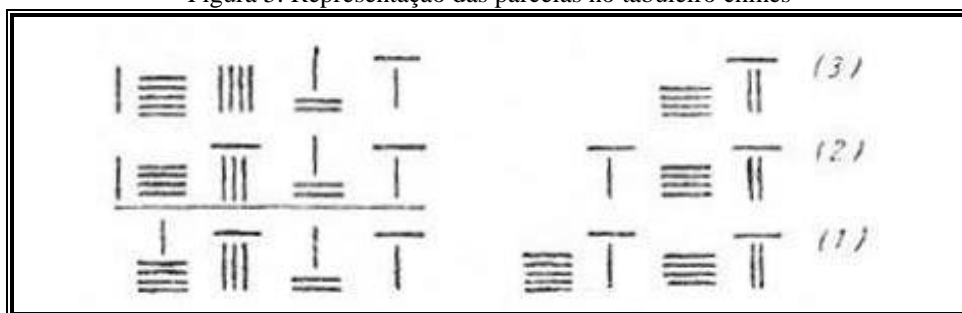
Sobre as parcelas, formamos uma segunda linha; e à esquerda, acima da quantidade 9, escrevemos 14 de tal forma, que a quantidade 4 esteja estritamente acima da quantidade 9, e parte restante da primeira parcela a transcrevemos sem modificações. Sobre a segunda parcela, repetimos todas as suas quantidades, exceto a quantidade 5 já utilizada.

Somemos as centenas $8 + 6 = 14$ e, posto que obtivemos na adição uma unidade de maior ordem, a agregamos à soma anteriormente obtida.

$$\begin{array}{r}
 14 \\
 14 \\
 \hline
 154
 \end{array}$$

Assim, a terceira linha será (os dois primeiros se repetem intactos).

Figura 5. Representação das parcelas no tabuleiro chinês



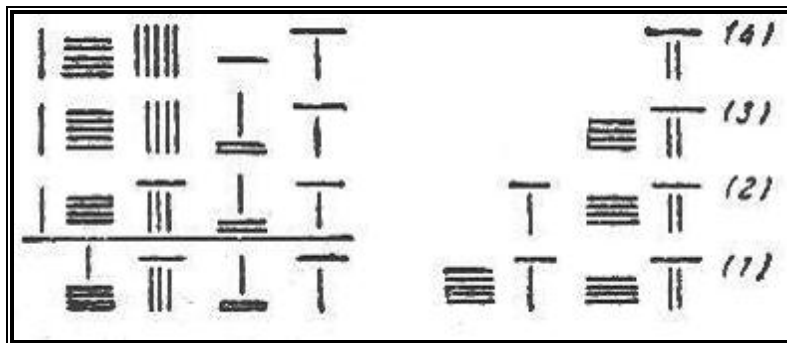
Fonte: Perelman (1975).

Na terceira linha à esquerda se escreve 154, e depois se repetem as duas últimas quantidades (76) da primeira parcela: à direita estão repetidas as duas últimas quantidades (47) da segunda parcela (suas quantidades restantes já tenham sido utilizadas).

Somemos as dezenas $7 + 4 = 11$, com o que o seguinte resultado é o número 1551 se escreve à esquerda, na quarta linha:

$$\begin{array}{r}
 154 \\
 11 \\
 \hline
 1551
 \end{array}$$

Figura 6. Representação das parcelas no tabuleiro chinês as operações



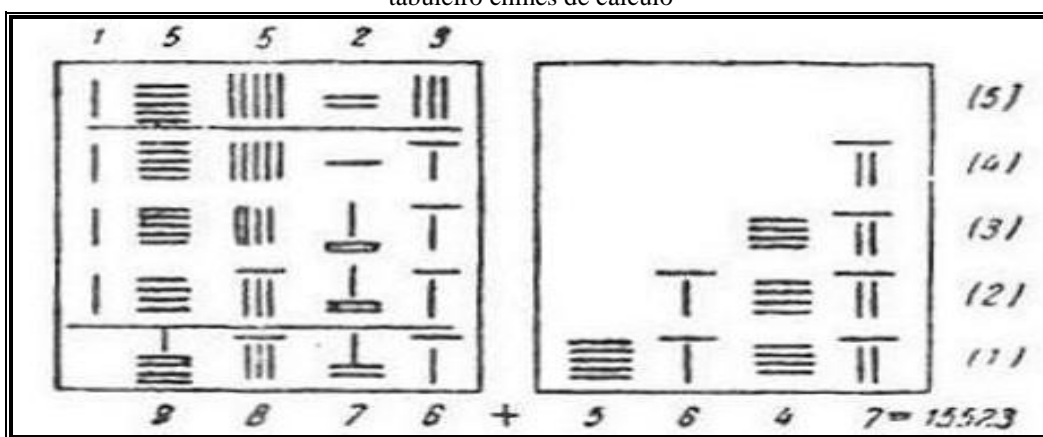
Fonte: Perelman (1975).

Agora, falta somente somar as unidades $6 + 7 = 13$ e a soma dos dois números dados se determina: é igual a 15523:

$$\begin{array}{r}
 1\ 5\ 5\ 1 \\
 1\ 3 \\
 \hline
 1\ 5\ 5\ 2\ 3
 \end{array}$$

O número 15523 obtido está escrito na quinta linha da coluna esquerda, e o esquema da adição, finalmente, tem o aspecto representado na Figura 10 a seguir.

Figura 7. Desenho representando a soma dos números $9876 + 5647$, segundo o tabuleiro chinês de cálculo



Fonte: Perelman (1975).

No tabuleiro de operações da antiga China, a multiplicação se iniciava com as quantidades de ordem superior, passando gradualmente às quantidades de ordens menores. Além disso, já se usavam às tabelas de multiplicar. Suponhamos, a título de exemplo, que

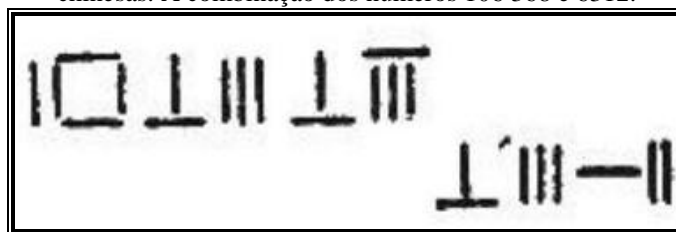
se trata de multiplicar 346 por 27. O processo da multiplicação observado na tabela de operações em nossas anotações tomava, aproximadamente, o seguinte aspecto:

Primeiro, multiplicamos 3 por 2 e obtemos 6, ou seja, a quantidade de ordem mais alta do produto (número de milhares). Depois multiplicamos 3 por 7 e 4 por 2, obtendo 21 e 8 centenas. Os escrevemos sob a quantidade 6, considerando as ordens, como está indicado. Logo, multiplicamos 4 por 7 e 6 por 2 (isto nos dá os números 28 e 12); e, finalmente, multiplicamos 7 por 6 para obter 42 unidades: somando as quantidades anteriores, obtemos 9342.

3	4	6			
x	2	7			
<hr/>					
	6				
	2	1			
		8			
		2	8		
		1	2		
			4	2	
<hr/>					
	9	3	4	2	

O tabuleiro de calcular e os métodos de operar com ele se conservaram na China até o século XIII. À época, iniciou-se o uso do zero, o que com ajuda dos palitos de calcular se representava na forma de quadrado. Então, já se podiam representar também as frações decimais no tabuleiro de calcular. Por exemplo, os números 106 368 e 6312 se representavam aproximadamente como são mostrados na Figura 12, a seguir.

Figura 8. Exemplo de construções na tabela de operações chinesas. A combinação dos números 106 368 e 6312.



Fonte: Perelman (1975).

6. Os exemplos de vídeos de história da Matemática e seu uso

Nos últimos anos, uma série de conteúdos de Matemática e história da Matemática foi produzida como filme ou vídeo. Os tópicos cobrem todos os aspectos da Matemática e

as técnicas incluem todos os formatos cinematográficos, tais como apresentações filmadas, palestras e performances, animações e reportagens, especialmente vídeos disponíveis de forma *online* pela internet que podem ser baixados para o computador. Essa grande quantidade de vídeos disponíveis, produzida para fins educacionais, será relacionada neste capítulo, seja através de DVDs ou projetos exibidos na televisão no Brasil e em outros países, e que também são disponibilizados na internet. Os que consideramos interessantes são indicados aqui, de forma a atender mais eficazmente às suas necessidades e que podem ser conseguidos facilmente e utilizados na sala de aula.

Quando usar um vídeo em sala de aula, alguns procedimentos devem ser considerados. A seguir, apresentaremos alguns desses cuidados que devem ser tomados.

Assista ao vídeo primeiro antes de exibi-lo em sala de aula. Assim você determina o que é adequado, ou seja, quais as partes do vídeo serão de grande importância à sua lição. Atente ao vocabulário, novos conceitos e áreas especiais de interesse, assim você evitará perguntas surpresas e poderá esclarecer conceitos e termos não dominados pela turma. Olhe para os segmentos que melhor contam a história no sentido de atingir seus objetivos. Atente para os segmentos do vídeo que exigem uma resposta dos alunos ou de interação. Determine seus propósitos em mostrar o vídeo – para motivar os alunos, introduzir um novo conceito, reforçar um conceito aprendido anteriormente, ou reforçar e ampliar o conhecimento atual.

Lembre-se que uma atividade bem planejada antes da visualização pode proporcionar o bom contexto para o vídeo, ajudar a estabelecer um motivo para assistir e dirigir os alunos para o encontro dos resultados de aprendizagem desejados.

Proporcionar um foco para ver. Dar aos alunos algo específico para procurar ou para ouvir no segmento de vídeo. Isso concentra a atenção, estimula a visualização ativa e dá ao aluno um objetivo ou motivo para visualização.

Vídeos educacionais contêm uma grande quantidade de informações. Geralmente muito mais informação para o aluno digerir do que outros vídeos, por isso, segmentando a exibição você tem como oferecer mais informações aos estudantes em partes gerenciáveis.

Com a incorporação de atividades práticas, discussões e outros tipos de interação em torno dessas partes ou capítulos, é muito mais provável atender aos objetivos de aprendizagem da aula. Por essa razão, nossos vídeos que fazem parte desta dissertação foram elaborados em partes que podem ser totalmente segmentadas ou gerenciáveis; portanto, cabe a você como professor usá-los de maneira a atender seus objetivos. Assim,

segmentando a visualização e utilização de clipes em uma lição, você pode oferecer informações aos estudantes em partes gerenciáveis. Pode ainda incorporar atividades práticas, discussões e outros tipos de interação em torno desses clips ou segmentos. O aluno terá muito mais probabilidade de atingir os objetivos da aprendizagem da aula.

As atividades de pré-visualização podem servir a vários fins, desde a verificação do conhecimento prévio, introduzir o vocabulário necessário e preparar o terreno para novos aprendizados. As atividades pós-visualização devem permitir ao aluno reforçar a aprendizagem, fazer revisões e aplicar ou ampliar seus conhecimentos em um novo significado.

Manipule os recursos do meio para reforçar a lição. Use a pausa, use avançar ou retroceder quando surgirem muitas dúvidas em algum ponto. A pausa pode ser usada para verificar a compreensão, quando os alunos apontam as coisas na tela, ou para discutir e analisar as informações apresentadas, e ainda para responder questionamentos feitos no vídeo, como os *desafios* presentes nos vídeos que são os objetos desta dissertação. Neste momento, o professor pausa o vídeo, os alunos resolvem o desafio, depois, tira-se do pause, vê-se a resposta, pausa novamente para discutir o que for necessário e, depois, retoma-se o vídeo. O uso do pause deve ser feito sempre que necessário; dessa forma, os alunos podem apontar detalhes, analisar o conteúdo, ou mesmo testar algum procedimento. Os professores podem e devem pausar o vídeo para breves discussões ou perguntas. Uma boa técnica é pausar e solicitar que os alunos façam previsões de sequenciamento do vídeo.

Os métodos de uso de vídeo na sala de aula dependem, em muitos casos, de sua particularidade, dos programas de estudo, bem como da abordagem dos temas. Para uma aplicação criativa do vídeo em sala de aula, deve-se levar em consideração que não há uma única técnica ou único método a ser adotado pelo professor, para não correr o risco de tornar seu trabalho monótono e ineficiente. Por isso, asseguramos que um vídeo didático pode ser usado em diversas situações e com objetivos diferentes, dependendo da necessidade.

O vídeo pode ser usado como um elemento *motivador*, pois a atratividade das imagens em um vídeo pode ser muito eficaz para despertar o interesse de conteúdo. Sua finalidade é chamar a maior atenção dos alunos sobre a questão a ser abordada, porque é uma resposta imediata, gera atitudes para incentivar e promover a participação na pesquisa. Pode também ser usado como uma *introdução* a um tema, usado para apresentar uma visão geral do que será estudado. Outra situação em que um vídeo pode ser usado é como apoio à

classe. Nesse modo, o vídeo acompanha as explicações do professor e são combinados outros recursos, como fotografias, mapas, jogos, livros ou outros meios. Lembre-se que o vídeo não substitui a explicação do professor, de modo que a exibição de um programa é complementar com atividades de investigação, o inquérito individual ou de grupo de trabalho.

As demais alternativas de utilização do vídeo podem ser o *confronto de ideias*; o vídeo pode ser usado para entrevistas com especialistas, pesquisadores e jornalistas autorizados. Favorece seu uso em análise de classe, discussão, expressão livre e tomada de decisões, ajuda a revelar significados e conceitos difíceis de abordar. A *recapitulação*, na qual o uso do vídeo serve para melhorar a aprendizagem dos alunos. Pode ser repetido todo o vídeo, ou apenas alguns segmentos que apresentam o tema ou atividades diferentes para atender às necessidades dos alunos e da finalidade da aprendizagem. Como *fechamento* de um assunto ou atividade, o vídeo é apresentado como o estágio final da estratégia de ensino servindo como síntese na elaboração de conclusões. Além disso, os vídeos podem permitir discussões matemáticas em sala de aula bem como desafiar os alunos a preverem as ações seguintes e levantar hipóteses matemáticas sobre as problemáticas abordadas em cada etapa do processo proposto. Dessa maneira, os alunos fazer inferências ou formular hipóteses e fazer discriminações relativas a detalhes importantes de cada fato matemático abordado e formular criativamente as suas considerações sobre uma finalização de um vídeo que não foi visto anteriormente.

Alguns vídeos, em certas situações de ensino, se prestam bem a uma segunda visão, na qual a trilha sonora não é tocada. Ocasionalmente, mesmo a primeira visualização sem trilha sonora pode ser apropriada. Durante a exposição em silêncio, os alunos frequentemente serão solicitados a fornecer uma narração. Os professores podem "passar a narração" a um aluno e continuar no próximo de forma mais ou menos aleatória. Essa abordagem pode ajudar a manter os alunos atentos. Alternativamente, toda a classe pode fornecer a narração de uma maneira mais espontânea. Ao ver vídeos sem a trilha sonora, professores e alunos vão rapidamente perceber que os aspectos emocionais do programa são muitas vezes transmitidos pela música e som. Vendo sem essa influência emocional, muitas vezes ajuda o público a ter um olhar mais objetivo em questões ou das informações fornecidas.

3. Encaminhamentos didáticos aos professores

Estas sugestões de modalidades de atividades para uma ação docente, que encaminhamos para a prática dos professores de Matemática da Educação Básica, tem como finalidade ampliar as discussões e experiências relacionadas ao ensino e aprendizagem da Matemática, como uma proposta didático-conceitual para o ensino Fundamental e Médio uma vez que as ações históricas experimentais introduzidas em sala de aula, incorporadas às atividades de ensino e aprendizagem dos conteúdos e práticas de Matemática podem nortear o hábito da investigação e da autonomia intelectual dos estudantes como uma perspectiva de educação científica na Educação Básica.

Após escolher os temas matemáticos de interesse para o seu trabalho docente e ter feito o levantamento do material bibliográfico a esse respeito, o professor deve decidir o nível de orientação a ser encaminhada para cada trabalho, conforme as finalidades previstas e as necessidades da turma, dependendo do tópico matemático a ser aprendido pelos estudantes. As ilustrações utilizadas nos trabalhos podem ser desenhadas pelos alunos, exploradas por alguns programas de computador ou extraídas de *home pages* da internet. Cada um deve escolher o meio a utilizar, mas nunca deve deixar de mencionar a origem das imagens, desenhos ou esquemas incluídos no seu trabalho final. Além disso, deve sempre citar todas as referências utilizadas, pois isso dará mais valor e veracidade ao estudo investigatório realizado.

Bibliografia Consultada

MACHADO, Benedito Fialho, MENDES, Iran Abreu. **Vídeos didáticos de história da Matemática**: Produção e uso na Educação Básica. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

MENDES Iran Abreu. (a). **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, I. A. (a). **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. revista e ampliada. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009 (Coleção Contextos da Ciência).

MENDES, I. A. **A formação de professores de matemática a partir da história da matemática**. Relatório Técnico de Projeto de Pesquisa. Natal: UFRN, 2007.

PERELMAN, Y. **Aritmética recreativa**. México: Cultura Popular, 1975.

WUSSING, Hans. **Lecciones de história de las matemáticas**. Barcelona: Siglo XXI, 1998.