

DIÁLOGOS PEDAGÓGICOS ENTRE AS CARTAS DE EULER A UMA PRINCESA ALEMÃ E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Daniele Esteves Pereira – Iran Abreu Mendes

danieleyz@gmail.com - iamendes1@gmail.com

Universidade Federal do Rio Grande do Norte-Brasil – Universidade Federal do Rio Grande do Norte-Brasil

Tema: V.3: Historia de la Matemática y su Inclusión en el Aula.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Formação de professores de Matemática; História da Matemática; Cartas pedagógicas.

Resumo

A arte de escrever cartas de cunho pedagógico é uma tradição secular. As epístolas voltadas para a educação formal tiveram como primeiro exemplar as cartas escritas por Cícero, filósofo, orador e político romano por volta de 100 a.C. O foco deste ensaio são as missivas escritas em francês, por Leonhard Euler a princesa alemã, Margravina Sophie Charlotte Frederike Von Brandenburg-Schwedt no período compreendido entre 1760-1762. Estas cartas foram publicadas em São Petersburgo entre 1768 e 1772 em três volumes. Elas se tornaram um sucesso imediato. Foram traduzidas rapidamente em todos os principais idiomas da Europa do século XVIII e por muito tempo permaneceram como uma obra referência sobre o modo de como ensinar a cultura científica e filosófica popular. Nas suas 234 cartas, Euler ensinou teoria musical, Filosofia, Mecânica, Óptica, Astronomia, Teologia e Ética. Embasados nas orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN, objetivamos a partir de um ângulo histórico, averiguar o potencial pedagógico contido nestas cartas e, apresentar alguns encaminhamentos a fim de que possam ser utilizados como instrumentos de ensino por professores em suas aulas de Matemática na Educação Básica.

Introdução

Este artigo é resultado de algumas reflexões extraídas de nossa pesquisa doutoral, a partir das quais teceremos considerações a cerca da necessidade do homem se comunicar desde os longínquos tempos dos primórdios da humanidade por meio de registros escritos, passando pela criação da escrita, pelo surgimento das cartas e, culminando com o tratamento de cartas como fontes históricas de pesquisas, principalmente na área educacional e, mais especificamente no campo da Educação Matemática, como é exemplificado pelas epístolas pedagógicas escritas por Leonhard Euler no século XVIII.

O surgimento da escrita e a necessidade de comunicação humana

Antes do surgimento da escrita, os primeiros indícios de relatos da vida humana foram encontrados em paredes de cavernas. Tratava-se de grafitos assinalados com objetos pontiagudos. Embora no período Pré-histórico ainda não existisse um tipo de escrita, pois não havia organização, nem mesmo padronização das representações gráficas, os desenhos feitos nas paredes das cavernas eram a forma usual de comunicação humana. Através deste tipo de representação, chamada de pintura rupestre, os homens trocavam mensagens, transmitiam ideias e compartilhavam seus desejos e necessidades.

A preocupação dos homens em deixar registrado o modo como viviam impulsionou a procura por formas de registros cada vez mais eficientes. Foi somente na antiga Mesopotâmia que a escrita foi elaborada e criada. Por volta de 4000 a.C, os sumérios desenvolveram a escrita cuneiforme. Usavam placas de barro para cunhá-la. Milênios depois, a descoberta de comunidades ágrafas permitiu a pesquisadores que cogitassem hipóteses mais elaboradas sobre a estrutura organizacional e o modo de vida das sociedades que desenvolveram a escrita.

Pelo reconhecimento de sua importância, atribui-se ao surgimento da escrita o papel de linha divisória entre a pré-história e a história. Seu valor revela-se importante para a história e para a conservação de registros de fatos por permitir o armazenamento e a propagação de informações entre indivíduos que vivenciaram a mesma época, por garantir o acesso às informações para gerações vindouras, além de ser um privilégio tê-la como elemento enriquecedor da linguagem.

A escrita ao longo dos séculos diversificou seu modo de apresentação, perpassando por diversas fases, até alcançar uma tipologia textual complexa e acidentada. Desde os textos epistolares, os quais possuem um caráter mais introspectivo, de um público restrito e seletivo, como é o caso das cartas, diários e solicitações, até os textos destinados a atingir o maior número possível de leitores, diversificando a clientela atingida, como os literários, jornalísticos, instrucionais, publicitários, humorísticos e de informações científicas, todos sofreram modificações e adaptações de acordo com as demandas sociais de cada época. Kaufman e Rodrigues (1995).

Apesar de reconhecermos que os documentos escritos não são a única fonte palpável de pesquisa histórica, uma vez que as obras de arte, a arquitetura, os mapas, as manifestações folclóricas, os pratos típicos, até mesmo gestos e modos juntam-se a papéis para juntos comporem o patrimônio cultural de uma sociedade (LE GOFF,

2012), a escrita significou uma invenção extraordinária para os registros históricos sem precedentes até então.

O advento da escrita, além de significar um incremento extraordinário nas relações humanas, ainda contribuiu para a produção de evidências de períodos históricos de extrema importância para historiadores, arqueólogos, antropólogos entre outros profissionais afins que obtiveram nos documentos escritos mais uma ramificação do patrimônio cultural para usá-lo como fonte de pesquisa. O fato nos mostra que apesar de ser atribuído como função principal da escrita o registro de informações, não podemos deixar de mencionar sua relevância para a propagação dessas mesmas informações e a construção social de conhecimentos, possibilitando às gerações subsequentes melhores e maiores possibilidades de entendimento sobre suas origens e seus antepassados por meio das variações dos conjuntos documentais.

As cartas e seus primeiros traços

Escritas que se impuseram na história como documentos de evidências históricas e tradição secular, as cartas sempre atuaram como uma forma de comunicação ou conversação escrita entre pessoas ausentes. Moldando-se com o passar dos anos, passaram por intensas modificações de ordem física, estrutural, logística e funcional.

Desde as primeiras cartas escritas em tábuas de argila, surgidas na Babilônia e na Assíria no final do III milênio a.C., seguidas pelas cartas em terracota, passando pelas tábuas de madeira, os pergaminhos, os papiros no Egito e na Mesopotâmia, até chegarem na atualidade como endereços eletrônicos ou e-mails enviados por correio digital, as missivas cruzaram o tempo e foram moldando-se conforme as exigências sociais vigentes. Estima-se que a 4000 anos a. C., na China, e a 2500 anos a. C., no Egito, já existiam redes de mensageiros composta por escravos ou homens livres que faziam circular diversas mensagens entre cidades e pessoas.

Olhando para a história da humanidade, é visível que escrever cartas é uma tradição secular. Cartas foram escritas com diferentes propósitos, como o de informar grandes descobertas, declarar amor ou saudade, articular uma guerra, descrever lugares... (CAMINI, 2012, p. 6)

Muitas vezes denotando sentimentos, emoções ou relatando experiências, as cartas de amor ou amizade, censura ou conselhos, pedidos ou agradecimentos, de famílias ou de negócios constituíram-se em uma prática social recorrente entre povos de culturas e classes distintas. Pinsky e de Luca (2011) relembram que, a partir do século XVIII o

hábito da correspondência difundiu-se na Europa e na América, pelo fato de que a alfabetização ampliou-se, o hábito da leitura difundiu-se, as práticas arquivísticas intensificaram-se e o ato de escrever cartas invadiu o universo feminino e deixou de ser cultivado preferencialmente pelos homens. Concomitantemente a todas estas mudanças de costumes que intensificaram as trocas de cartas, o envio e o recebimento de notícias pelas missivas tornou-se mais ágil e regular com a melhoria dos serviços postais impulsionadas por meios de transporte mais eficientes como o trem e o navio a vapor, além de que a profissão de carteiro adquiriu destaque social pela sua relevância de seus serviços prestados a sociedade da época.

O crescimento do gênero epistolar no século XVIII é assinalado pela ocupação do território educacional. Passaram a ser utilizadas na formação de jovens, pelo reconhecimento de seu papel como “arte formadora da existência”. Malatian (2009). Esta nova dimensão atribuída ao texto epistolar é enfatizada por Pineau (1996) quando justifica que as correspondências neste século constituíam um espaço educacional por evidenciarem a interiorização de normas e valores. A atribuição escolar pode ser percebida em cartas de educadores como Luís Antonio Verney (1991) e Johann Heinrich Pestalozzi (2006), um dos precursores da Pedagogia Contemporânea.

O contexto educacional europeu no século XVIII demonstrava que a ciência havia se tornado fonte de interesse e de diversão para a aristocracia e para a classe média. É importante destacar a influência do iluminismo neste século, o qual utilizou a ciência como influente instrumento político para acometer concepções conservadoras e absolutistas sobre o poder político que se apoiavam em concepções religiosas dogmáticas da teologia católica. Malet (2002).

As cartas de Leonhad Euler a uma princesa alemã

Propósitos de divulgação científica, de progresso técnico e material, de ética e de crítica social embalavam o momento histórico vivenciado na Europa do século XVIII. É nesta atmosfera que Leonhard Euler (1707-1783) produz *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie* (*Cartas a uma princesa alemã sobre diversos temas de Física e Filosofia*), uma obra científica para leigos, na qual deixa seu legado filosófico publicado pela Academia Imperial de Ciências. As cartas foram escritas em língua francesa após o autor ser convidado pelo rei da Prússia Frederico II, o Grande, para residir em Berlim onde acabara tornando-se tutor da Princesa Anhalt-

Dessau, sua sobrinha, fato que o levou a ministrar aulas sobre os mais variados assuntos.

Estas cartas foram publicadas em São Petersburgo entre 1768 e 1772 e, compiladas em três volumes. Tornaram-se um “best-seller” imediato: Foram traduzidas rapidamente em todos os principais idiomas e por muito tempo permaneceram como a sinopse mais amplamente distribuída sobre a cultura científica e filosófica popular. (FELMANN, 2007, p.73 tradução nossa).

A obra reúne um conjunto de 234 epistolas caracterizado por uma gama de conteúdos das mais diferentes áreas, entre elas teoria musical, Filosofia, Mecânica, Óptica, Astronomia, Teologia e Ética divididas em partes quase equivalentes, incorporando exposições sobre vários assuntos pertencentes à Matemática. Revelam ainda as perspectivas religiosas e a própria personalidade de Euler.

O percurso investigatório

De acordo com os aportes didático-metodológicos da pesquisa, como a História da Matemática, o ensino de Matemática por atividades, o uso de fontes históricas originais como fonte de estudo, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN que permearam todo o nosso percurso investigatório, nos debruçamos em averiguar quais as potencialidades didáticas para o ensino de Matemática existentes na obra histórica original *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*.

A pesquisa inicia-se com a tradução para a língua portuguesa da obra objeto da análise, com o intuito de selecionar as cartas de acordo com seu potencial pedagógico, para posteriormente classificá-las segundo os eixos temáticos norteadores dos PCN's de matemática, a saber:

1. Números e operações;
2. Espaço e forma;
3. Grandezas e medidas;
4. Tratamento da informação.

Ainda de acordo com os PCN's, que pressupões a articulação entre a Matemática e os temas transversais, a natureza multidisciplinar dos conteúdos abordados nas cartas aponta para um exercício entre a obra de Euler e a matemática escolar, visto que são contemplados de forma conjunta temas como a ética, a filosofia, a física, as ciências naturais, a astronomia entre outros.

O trajeto investigativo passa pelos variados usos das cartas ao longo da história, até atingir o seu potencial como ferramenta pedagógica no século XVIII e, o uso de obras históricas como fonte de estudos e apoio na elaboração de atividades didáticas para o ensino de Matemática.

Soma-se à triagem das cartas, a elaboração de atividades para o ensino de Matemática repousada nos exemplares defendidos por Mendes (2009), que faz uso da História da Matemática como agente motivador do ensino desta disciplina.

Resultados

Apresentados trechos da obra contendo algumas cartas (anexos), bem como o conteúdo matemático identificado nas mesmas.

Conteúdo matemático identificado:

Carta I (Sobre a extensão)

1. Unidades de medida de comprimento e suas relações de equivalência (pé, polegada, milha);
2. Conversão entre medidas;
3. Frações ($1/2$, $1/4$ e $1/8$);
4. Cálculo de distâncias

Carta II (Sobre a velocidade)

1. Grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
2. Relação entre medidas de comprimento;
3. Relação entre tempo e distância percorrida

Carta III (Sobre o som e sua velocidade)

1. Linhas e cordas;
2. Unidades de medida de comprimento (milhas, pés);
3. Dobro e triplo de números naturais

Carta IV (Das consonâncias e dissonâncias)

1. Dobro e triplo de números naturais;
2. Proporcionalidade.

Carta V (Do uníssono e das oitavas)

1. Dobro, triplo e quádruplo de números naturais;
2. Razão e proporção;
3. Potenciação

Carta VI (Sobre outras consonâncias)

1. Dobro, triplo e quádruplo de números naturais;
2. Razão e proporção;
3. Grandezas diretamente proporcionais;
4. Regra de três simples;
5. Potenciação;
6. P.A e P.G;
7. Séries numéricas

Referências Bibliográficas

- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Brasília, DF.
- Camini, I. (2012) *Cartas pedagógicas: aprendizados que se entrecruzam e se comunicam*. Porto Alegre: ESTEF.
- Euler, L. (1990). *Cartas a una princesa de Alemania sobre diversos temas de física y filosofía*. Edición preparada por Carlos Mínguez Pérez. Zaragoza: Universidad, Prensas Universitarias.
- Fellmann, E. A. (2007). Leonhard Euler. Trad. Erika Gautschi e Walter Gautschi. Basel, Suíça: Birkhäuser Verlag.
- Freire, P. (2000). *Pedagogia da indignação. Cartas pedagógicas e outros escritos*. São Paulo, Editora UNESP.
- Kaufman, A. M. e Rodrigues, M. H. (1995). Escola leitura e produção de textos. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Malatian, T. (2009). Cartas: Narrador, registro e arquivo. In: Pinsky, C. B.; Luca, T. R. de (Orgs). *O Historiador e suas fontes*. São Paulo: Contexto.
- Malet, A. (2002). Divulgación y popularización científica en el siglo XVIII: entre la apología cristiana e la propaganda ilustrada. *Quark*, Barcelona, n. 26, p. 13-23, oct. / dic.
- Mendes, I. A. Atividades históricas para o ensino da Trigonometria. (2009). In: miguel, A. et al. *História da matemática em atividades didáticas*, capítulo 2, pp 105-178. ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Pestalozzi, J. H. (2006). Cartas sobre educación infantil. Madrid: Editorial Tecnos.
- Pineau, G. (1996). Les histoires de vie comme art formateur de l'existence. In: *Pratiques de formation*, 31, 65-80. Université Paris.
- Pinsky, C. B; luca, T. R de. (orgs.) (2011). *O Historiador e suas fontes*. 1. ed. São Paulo. Contexto.
- Verney, L. A. (1991). *O Verdadeiro método de estudar: Cartas sobre retórica e poética*. Lisboa: Editorial Presença.

Anexos

CARTA I: Sobre a extensão

Senhora:

Como a esperança de continuar instruindo a Vossa Alteza na geometria parece ir embora mais uma vez, o que me causa muito pesar, desejaria realiza-la por escrito enquanto permitam a natureza dos temas. Vou fazer uma prova explicando a Vossa Alteza a ideia adequada que se deve formar da quantidade, a partir da qual se compreendem tanto as menores como as maiores extensões que conhecemos atualmente no mundo. Em primeiro lugar, é necessário determinar certa medida proporcionada a nossos sentidos, da qual tenhamos uma ideia precisa, como por exemplo a de um pé. Uma vez estabelecida esta longitude e posta diante dos olhos, nos servirá para conhecer todas as longitudes, tanto as maiores quanto as mínimas. Aquelas, determinando quantos pés contem; estas, sinalado que parte de um pé lhes convêm. Pois tendo a ideia de um pé, se tem também a de sua metade, da quarta, da oitava parte, que se chama polegada, a de sua centésima e de sua milésima parte, a qual é tão pequena que quase escapa a nossa vista. Mas é preciso tomar em conta que existem animais que não são tão grandes, e que tem membros nos que tem circulação sanguínea, contendo ainda a outros insetos vivos tão pequenos comparados a eles, como estes comparados a nós. De onde se pode compreender que as quantidades mais diminutas existem atualmente no mundo e que se encontram divididas em partes infinitamente menores. Assim, por exemplo, ainda a dezmilésima parte de um pé seja difícil ao nosso olhar, é maior que o tamanho de um animal inteiro, e lhe pareceria muito grande essa dimensão se tivesse conhecimento. Passemos dessas pequenas quantidades, nas que se perde o nosso espirito, para as maiores. Vossa alteza conhece a longitude de uma milha e de aqui a Magdeburgo há 18. Uma milha consta de 24.000 pés e serve para medir as distancias entre as regiões da terra, para não utilizar grandes números como sucederia valendo-se do pé. Assim, sabendo que uma milha vale 24.000 pés, quando se diz que Magdeburgo fica de Berlin 18.000 milhas se tem uma ideia mais clara que se dissesse que 432.000 pés, este numero tão grande obscureceria nosso entendimento. Da mesma forma se terá uma ideia adequada do tamanho de toda a terra sabendo que se contorno contém 5.400 milhas. Mais tendo a terra a forma de um globo, se estima o diâmetro desse globo em 1.720 milhas. Isso nos proporciona uma justa ideia do diâmetro da terra, do que nos serve depois para medir as grandes distancias que se descobrem nos céus. Entre os corpos celestes a lua está mais perto. Sua distancia da terra esta por volta de 30

diâmetros, ou seja 51.600 milhas, ou bem um 1.238.400.000 pés. Mas se ver que a primeira medida de 30 diâmetros da terra é a mais clara. O sol está arredor de 300 vezes mais longe do que a lua, portanto uma distancia de 9.000 diâmetros da terra nos proporciona um conhecimento mais evidente que se quiséssemos expressar em milhas ou em pés. Vossa Alteza sabe que a terra gira ao redor do sol no espaço de um ano, e que o sol permanece em repouso. Agora bem, além da terra, ainda existem outros cinco corpos semelhantes que giram igualmente ao redor do sol, mais com distâncias, ou menores, como Mercúrio e Vênus, ou maiores, como Marte, Júpiter, e Saturno, que se chamam planetas. Todas as outras estrelas que vemos, exceto os cometas, são denominadas fixas, pois sua distancia é incomparavelmente maior que a do sol. Suas distâncias de nós são sem dúvida extraordinariamente desiguais, daí procede que algumas pareçam maiores que as outras. Porém a mais próxima certamente está a mais de 5.000 vezes mais distante que o sol e, portanto sua distância sobre passa os 45.000.000 de diâmetros da terra, que em milhas seriam 77.400.000.000. Por último, multiplicando esse número por 24.000, daria esta prodigiosa distância expressada em pés. Entretanto, esta é a distância das estrelas fixas mais próximas a nós, as mais longínquas que vemos distanciam umas cem vezes mais. Agora bem, é importante imaginar que todas essas estrelas, tomadas em conjunto, não constituem mais que uma pequeníssima parte de todo o universo, com respeito a qual essas imensas distâncias não são maiores que um grão de areia em relação a terra. Essa imensidão é obra do Todo Poderoso, que governa tanto os maiores corpos como os menores, *e que dirige o êxito da guerra na qual estamos empenhados.*

Berlim, 19 de abril de 1760.

Carta II: Sobre a velocidade

Com a esperança de que vossa alteza agradecerá a continuação de meus ensinamentos, das que tomei a liberdade de lhe apresentar uma prova na parte anterior, passarei a desenvolver a ideia de velocidade, uma espécie particular de quantidade, sendo suscetível de mais ou de menos. Quando se transporta uma coisa ou passa de um lugar a outro, se lhe atribui uma velocidade. Se um corredor a cavalo e um mensageiro a pé vão de Berlin a Magdeburgo nos dois casos se admite certa velocidade, mas se diz que a velocidade do primeiro é maior que a do último. Se trata pois, de examinar qual é a diferença que introduzimos entre essas duas velocidades. Não é o caminho, idêntico

para o correio e o mensageiro, se não que a diferença se encontra visivelmente no tempo que um e outro empregam em realizar o mesmo recorrido. A velocidade do correio é sem dúvida maior, porque emprega menos tempo em percorrer o caminho de Berlin a Magdeburgo; E a velocidade do mensageiro é menor, pois emprega mais tempo em fazer o mesmo trajeto. Portanto está claro que, para se formar uma ideia adequada da velocidade, é necessário atender a duas espécies de quantidade por vez: o caminho percorrido e o tempo passado. Assim, um corpo que percorre no mesmo tempo o dobro do caminho, tem uma velocidade dobrada; se percorre no mesmo tempo o triplo do caminho, sua velocidade é considerada três vezes maior, e assim sucessivamente. Se conhecerá, em consequência, a velocidade de um corpo quando se sabe o caminho que percorre em um certo tempo. Para conhecer a velocidade de minha caminhada quando vou a Lytzow, tenho observado que realizo 120 passos em um minuto, mais cada um dos meus passos vale dois pés e meio, logo minha velocidade é tal que ando em um minuto um caminho de 300 pés. Em uma hora percorro um caminho sessenta vezes maior, isto é 18.000 pés; o que não constitui ainda uma milha que, ao conter 24.000 pés, exigiria uma hora e 20 minutos. Logo, se quisesse caminhar de aqui a Magdeburgo precisaria utilizar 24 horas completas. Eis aqui uma ideia exata da velocidade com a que sou capaz de caminhar, a partir dela se compreende facilmente o que é uma maior velocidade ou menor. Assim, se um correio fosse daqui a Magdeburgo em 12 horas, sua velocidade seria duas vezes maior que a minha, e se fosse em 8 horas sua velocidade seria três vezes maior. Nós observamos grandes diferenças entre as velocidades neste mundo. Uma tartaruga nos dar um exemplo de uma velocidade pequena; se não realiza nada mais que um pé por minuto, sua velocidade é 300 vezes menor que a minha, pois eu realizo 300 pés em um minuto. Mas conhecemos também velocidades bem maiores. A do vento é muito variável; uma brisa percorre 10 pés em um segundo, ou 600 pés em um minuto, como resultado caminha duas vezes mais rápido que eu. Um vento que corre 20 pés em um segundo, ou 1.200 em um minuto já é bastante forte. Um vento que viaja a 50 pés em um segundo é extremamente forte, ainda que sua velocidade não seja nada mais que dez vezes maior que a minha e que precise 2 horas e 24 minutos para ir daqui a Magdeburgo.

Segue depois a velocidade do som, que caminha 1000 pés em um segundo e portanto 60.000 pés em um minuto. Em consequência é 200 vezes maior que a velocidade do meu andar. Se se dispara um canhão em Magdeburgo e fosse possível que o ruído alcançasse até Berlin, chegaria depois de 7 minutos de tempo. Uma bala de canhão se

move mais ou menos com a mesma velocidade, mas quando se emprega a maior das cargas, bem poderia percorrer 2.000 pés em um segundo ou 120.000 em um minuto. Essa velocidade nos parece admirável ainda que apenas exceda em 400 vezes a de minha caminhada a Lytzow, e é também a maior velocidade que percebemos aqui em baixo, na terra. Mas nos céus existem velocidades muito maiores, ainda que nos pareçam tão lentos os movimentos, vossa alteza sabe que a terra gira ao redor do seu eixo no espaço de 24 horas, em consequência para cada ponto do equador essa velocidade percorre 5.400 milhas em 24 horas, em quanto que eu não poderia viajar mais que 18 milhas. Essa velocidade é 300 vezes maior que a minha, apesar de ser menor que a velocidade máxima de uma bala de canhão. Mas a terra se move ao redor do sol no espaço de um ano e com esta velocidade percorre 128.250 milhas em 24 horas, logo esta velocidade é dezoito vezes mais rápida que a de uma bala de canhão. A maior velocidade que conhecemos é sem duvida a da luz, que percorre 2.000.000 de milhas a cada minuto e excede a uma bala de canhão em 400.000 vezes.

22, de abril de 1760.